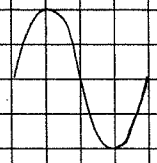
Perché si usa l'elettronica?

L'<u>elettronica</u> permette di trattare agevolmente le informazioni. Oggigiorno l'informazione si trasmette, si decodifica usando apparecchi elettronici.

L'informazione viene trasportata da segnali elettrici, ad esempio dentro ad un microfono si produce una tensione che varia nel tempo; il modo in cui varia la tensione dipende da quello che si è detto al microfono.

I campi elettromagnetici, grandezze elettriche, si utilizzano per trasportare le informazioni.

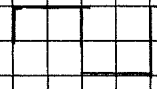
Bisogna generare grandezze elettriche con caratteristiche che vogliamo, ovvero imporre l'ampiezza di una sinusoide e la frequenza della stessa.



V_n, f (sinusoide)

MASTER COPY

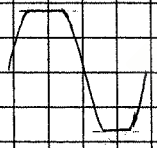
Tel. 388/9837745



V_M

V_N

V_M, V_N, f, δ

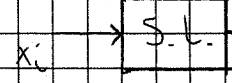


Segnale sinusoidale cimato in alto e basso (non è più un segnale sinusoidale)

<u>Sistemi elettronici</u>: reti elettriche che comprendono resistenze, generatori, condensatori, ma comprendono anche dispositivi elettronici. Questi dispositivi elettronici sono rappresentati a loro volta con resistenze, generatori di tensione, condensatori e capacità.

Che cos'è una funzione di trasferimento?

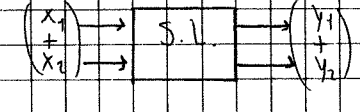
Per un <u>sistema lineare</u>, nel quale definiamo un ingresso x_i e un'uscita x_u, si definisce la funzione di trasferimento come il rapporto tra la trasformata dell'uscita e la trasformata dell'ingresso.



$$A(s) = \frac{X_u(s)}{X_i(s)} \Rightarrow A(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$$

Manipolando la funzione $A(s)$ arriviamo ad una funzione a <u>coefficienti reali</u>, ovvero le radici dei polinomi sono, in generale, dei <u>numeri complessi</u>

Si definiscono <u>zeri</u> gli s_i t.c. $N(s)=0$. Abbiamo tanti zeri quanto è il grado di $N(s)$. Se ho una radice complessa, avrò anche il suo coniugato.
Si definiscono <u>poli</u> gli s_j t.c. $D(s)=0$ $(s_i, s_j \in \mathbb{C})$
La variabile s è stretta parente della frequenza. La frequenza è una grandezza reale, per cui non sono esattamente la stessa cosa.
Considerando i poli, $\forall j \ Re(s_j)<0$, tutti i poli hanno parte reale negativa, il <u>sistema è stabile</u> ed è lecito passare dal dominio di Laplace al dominio di Fourier, che è la risposta in frequenza.
Risposta in frequenza $A(f)$ da $A(s)$ ponendo $s=j\omega = j2\pi f$
~~$A(s) \Rightarrow A(f)$~~
Dall'analisi dei segnali, qualsiasi segnale periodico di frequenza f_0, può essere scritto come la somma di un termine costante e di infinite funzioni sinusoidali, le cui frequenze sono multipli interi di quella del segnale. <u>Teorema di Fourier</u> Serie di Fourier (intervalli discreti)
Non servono infiniti termini, ma possiamo prenderli in numero finito.
Questa teoria vale anche con segnali non periodici, perché possono essere visti come segnali periodici di periodo infinito. Integrale di Fourier (intervallo continuo)
Un segnale, sia periodico che non periodico, può essere visto come la somma di tanti segnali sinusoidali.
La risposta in frequenza ci dice come risponde quel sistema ad una data frequenza del segnale in ingresso.
L'ampiezza di $A(f)$, $|A(f)|$, ci dà il rapporto tra l'ampiezza della sinusoide in uscita e quella della sinusoide in ingresso.
La fase di $A(f)$, $\angle A(f)$, ci dice di quanto è sfasata la sinusoide in uscita rispetto a quella in ingresso.
Un sistema lineare vale quello che si chiama <u>sovrapposizione degli effetti</u>:

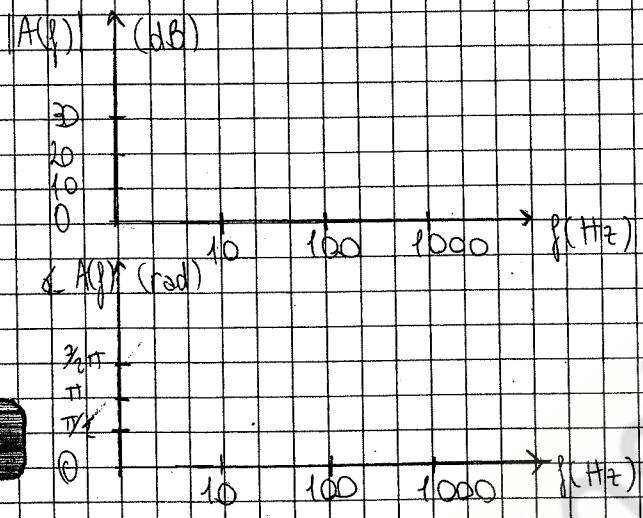


Il fatto che il <u>sistema sia lineare</u> ci garantisce l'<u>isofrequenzialità</u>

ω = pulsazione rad/s $[t^{-1}]$
f = frequenza Hz $[t^{-1}]$

Per rappresentare queste informazioni in maniera sintetica si utilizzano i diagrammi di Bode

Sull'asse delle ascisse è riportata la frequenza in scala logaritmica, ovvero il rapporto tra una frequenza e quella precedente è pari a 10, infatti per questo si parla di decade (in ambito acustico si parla di ottave)



$20 \log|A(f)| = 1\ dB$

MASTER COPY

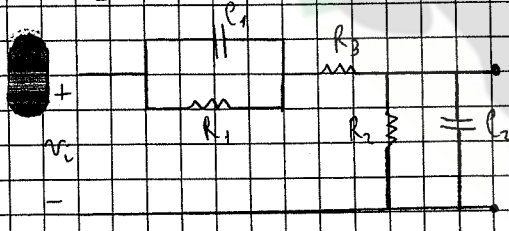
Tel. 388/9837745

La frequenza zero in un diagramma di Bode si trova a $-\infty$.

L'asse verticale passa da dove mi fa comodo, esempio 1 Hz, 1 MHz, ...

1 mHz è una frequenza trascurabile se mi interessa di audiofrequenze, ma è possibile anche lavorare con frequenze così piccole.

Esempio



Sistema passivo (non dissipa potenza e non è mai instabile)

Il rapporto tra v_o e v_i è il rapporto tra l'impedenza data dal parallelo R_2 e C_2 e la somma di tutte le impedenze

$$A(s) = \frac{\frac{R_2}{1+R_2C_2s}}{R_1 + R_3 + \frac{R_1}{1+R_2C_2s}} = \frac{R_2(1+R_1C_1s)}{(R_1+R_2+R_3)(1+R_2C_2s)+R_1(1+R_2C_2s)}$$

$$= \frac{R_2(1+R_1C_1s)}{R_1+R_2+R_3+s[R_1R_2(C_1+C_2)+R_3(R_1C_1+R_2C_2)]+R_1R_2R_3C_1C_2s^2}$$

Questo sistema ha uno zero e due poli

zero: $s = -\frac{1}{R_1C_1}$

Nel polinomio al numeratore e in quello al denominatore facciamo diventare unitario il termine noto. Se manca il termine noto la funzione si annulla nell'origine.

↓ moltiplico e divido per il termine noto

$$= \frac{R_2}{R_1+R_2+R_3} \; \frac{1+R_1C_1 s}{1+s\dfrac{[R_1L_2(C_1+C_2)+R_3(R_1C_1+R_2C_2)]}{R_1+R_2+R_3}+\dfrac{R_1R_2R_3}{R_1+R_2+R_3}C_1C_2s^2}$$

Se determino i poli del sistema posso scrivere la funzione come

$$= \frac{R_2}{R_1+R_2+R_3} \; \frac{1+R_1C_1 s}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)}$$

τ_1, τ_2 costanti di tempo: ottenuti cambiando di segno e facendo il reciproco dei poli

poli $s_1 = -\dfrac{1}{\tau_1}$

$s_2 = -\dfrac{1}{\tau_2}$

MASTER COPY

Tel. 388/9837745

Questa forma è comoda perché, vista che i poli sono a parte reale negativa, posso passare direttamente alla risposta in frequenza.

$$A(f) = \underbrace{\frac{R_2}{R_1+R_2+R_3}}_{\text{guadagno in continua}} \; \frac{1+j2\pi f R_1C_1}{(1+j2\pi f\tau_1)(1+j2\pi f\tau_2)} = \qquad f_z = \frac{1}{2\pi R_1C_1}$$

$$f_{p_1} = \frac{1}{2\pi\tau_1} = \frac{|s_1|}{2\pi} \qquad f_{p_2} = \frac{1}{2\pi\tau_2} = \frac{|s_2|}{2\pi}$$

Ovviamente se ho poli nell'origine il guadagno in continua è nullo.

$$= \frac{R_2}{R_1+R_2+R_3} \; \frac{1+j\dfrac{f}{f_z}}{\left(1+j\dfrac{f}{f_{p_1}}\right)\left(1+j\dfrac{f}{f_{p_2}}\right)}$$

In un sistema senza zeri e senza poli nell'origine l'espressione della risposta in frequenza ha questa forma: guadagno in continua, che non dipende dalla frequenza, per un termine che dipende dalla frequenza, cioè frequenze di zeri e poli del sistema.

È possibile quindi passare nel dominio di Fourier senza passare dal dominio di Laplace.

Il guadagno in continua si calcola considerando aperti le capacità e cortocircuitati gli induttori.

Se i poli fossero a parte reale positiva il sistema non sarebbe stabile e non ha senso parlare di risposta in frequenza.

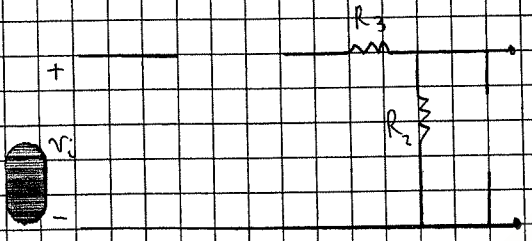
Se lo zero ha parte reale positiva la risposta in frequenza cambia mettendo un -

Per calcolare la frequenza di poli ci sono delle tecniche alcune rigorose altre meno.

Simulatore circuitale: programma che gira sul computer che ci dice come la rete si comporta e ci permette di arrivare in poco tempo al risultato.

Calcoliamo lo zero:

Il parallelo R_1, C_1 è equivalente a $\frac{R_1}{1+R_1C_1s}$ (dominio di Laplace). Il denominatore si annulla per $s = -\frac{1}{R_1C_1}$, per questo valore l'impedenza va all'infinito, non arriva corrente e la tensione in uscita è nulla.



Abbiamo trovato così lo zero del sistema, ne facciamo il modulo, lo dividiamo per 2π e otteniamo la frequenza di zero.

Se vando a infinito l'altra impedenza, dove ho il parallelo R_2, C_2 non ho cambiamenti sopra perché la tensione in uscita è diversa da zero.

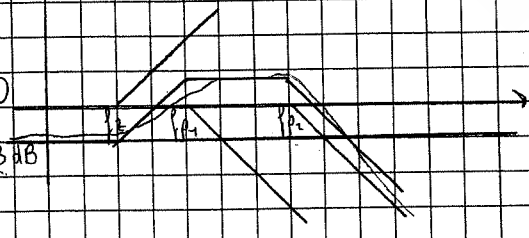
Facciamo il diagramma di Bode di questa funzione

$$A(f) = \frac{R_2}{R_1+R_2+R_3} \frac{1+j\frac{f}{f_z}}{\left(1+j\frac{f}{f_{p1}}\right)\left(1+j\frac{f}{f_{p2}}\right)}$$

MASTER COPY

Tel. 388/9837745

Traccio il diagramma per ognuno dei prodotti e poi li sommo (sarebbe il prodotto ma essendo logaritmico li sommo)



Se sono molto sotto la frequenza di polo ($f \ll f_{p1}$)

$$\left|1+j\frac{f}{f_{p1}}\right| = \sqrt{1+\frac{f^2}{f_{p1}^2}} = 1 = 0\,dB$$

→ diagramma reale
→ diagramma asintotico

Quando sono molto sopra la frequenza di polo

$$\left|1+j\frac{f}{f_{p1}}\right| = \sqrt{1+\frac{f^2}{f_{p1}^2}} = \left|\frac{f}{f_{p1}}\right|$$

Per frequenze molto basse il guadagno è il guadagno in continua.